

9 Slovní úlohy – grafy, závislosti, různé

- ① Školu navštěvuje 400 žáků.

Každý žák školy se učí anglicky nebo německy, někteří studují dokonce oba jazyky.

Anglicky se učí 72 % žáků školy. Třetina žáků, kteří se učí anglicky, se učí také německy.

Kolik žáků školy se učí německy?

- A) 96 B) 112 C) 180 D) 198 E) 208

celkem 400 žáků, každý anglicky nebo německy, někteří oba

A... 72% žáků, tj. $0,72 \cdot 400 = 72 \cdot 4 = 288$ žáků

A i N... $\frac{1}{3}$ žáků A, tj. $\frac{1}{3} \cdot 288 = \frac{288}{3} = 96$ žáků

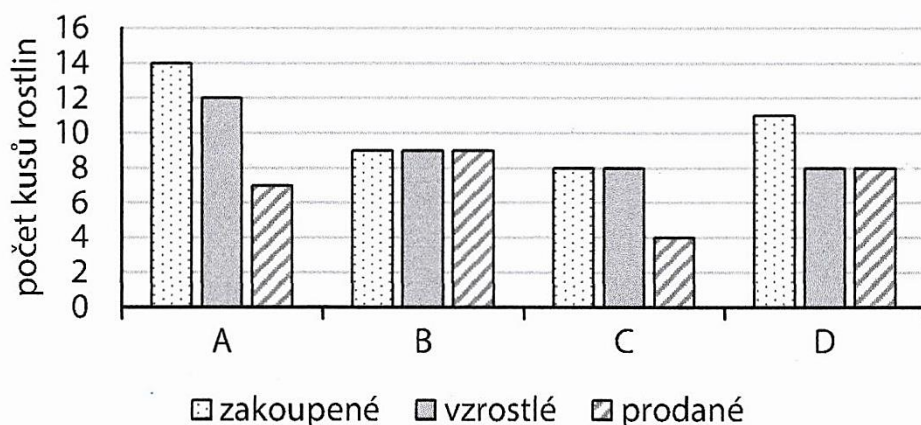
=> jin A... $288 - 96 = 192$ žáků

? kolik N (musím brát i ty, co se učí A i N)

CELKEM - JEN A $400 - 192 = 208$ žáků (E)

- ② Zahrádkář zakoupil několik kusů rostlin od každého ze čtyř druhů A, B, C a D. Některé zakoupené rostliny uschly, ostatní vzrostly. Většinu vzrostlých rostlin zahrádkář později prodal.

Graf udává počty zakoupených, vzrostlých a prodaných kusů rostlin jednotlivých druhů.



Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- 1 Zahrádkář zůstal celkem 9 neprodaných kusů vzrostlých rostlin.

A N

- 2 Zahrádkář zakoupil o polovinu více kusů rostlin, než jich prodal.

☐ ☐

- 3 Zahrádkář prodal všechny zakoupené kusy jen u jednoho druhu rostlin.

☐ ☐

- z grafu

1. nepodal

$5 \times A + 4 \times C$

tj. 9 neprodaných

(A)

2. nakoupil

$14 + 9 + 8 + 11 = 42$

prodal

$7 + 9 + 4 + 8 = 28$

$28 + \frac{1}{2} \cdot 28 = 42$ (A)

3. na graf - druh B

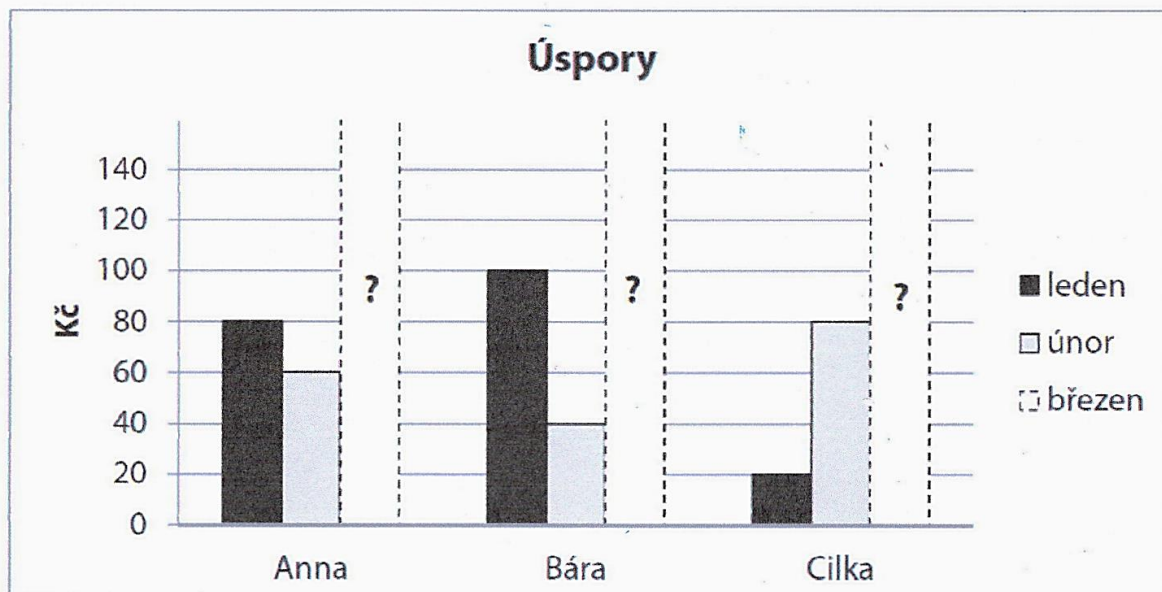
(A)

③

Anna, Bára a Cilka si v 1. čtvrtletí spořily peníze. Úspory za březen zapoměly zaznamenat do grafu.

Lednové úspory Anny jsou aritmetickým průměrem jejích úspor za únor a březen.

V březnu uspořila Cilka o polovinu více než Bára, ale za celé čtvrtletí uspořily obě dívky stejnou částku.



- 1 Vypočtěte, kolik korun uspořila v březnu Anna.
- 2 Vypočtěte, kolik korun uspořila v březnu Bára a kolik Cilka.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

1. lednové úspory Anny - arit. průměr jejích úspor za únor a březen

$$\begin{aligned}
 & \text{- leden: } 80 \text{ Kč} \\
 & \text{- únor: } 60 \text{ Kč} \\
 & \text{- březen: } x \\
 & \left. \begin{array}{l} \text{- únor: } 60 \text{ Kč} \\ \text{- březen: } x \end{array} \right\} \text{arit. průměr} \quad \frac{60+x}{2} = 80 \quad | \cdot 2 \\
 & \qquad \qquad \qquad 60+x = 160 \\
 & \qquad \qquad \qquad x = 100 \text{ Kč}
 \end{aligned}$$

Anna v březnu uspořila 100 Kč.

2. v březnu Cilka uspořila o polovinu více než Bára, ale za celé čtvrtletí obě dívky uspořily stejně

$$\begin{aligned}
 & \text{Bára - leden: } 100 \text{ Kč} \quad \text{Cilka - leden: } 20 \text{ Kč} \\
 & \text{- únor: } 40 \text{ Kč} \quad \text{- únor: } 80 \text{ Kč} \\
 & \text{- březen: } x \text{ Kč} \quad \text{- březen: } x + \frac{1}{2}x
 \end{aligned}$$

obě stejně

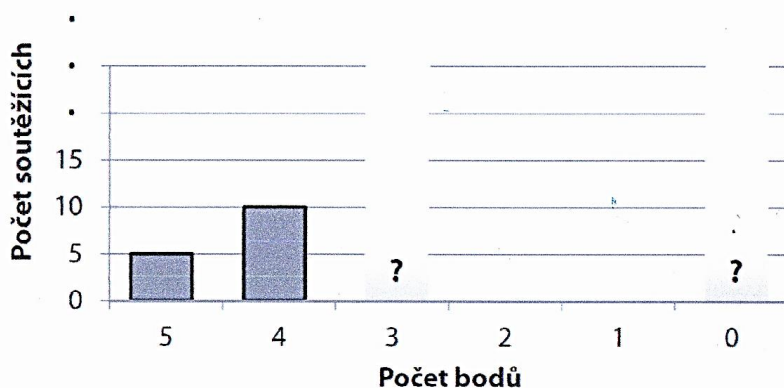
$$\begin{aligned}
 100 + 40 + x &= 20 + 80 + x + \frac{1}{2}x \quad | -x \\
 140 &= 100 + \frac{x}{2} \quad | -100 \\
 40 &= \frac{x}{2} \quad | \cdot 2
 \end{aligned}$$

$$\text{- březen Bára: } x = 80 \text{ Kč} \rightarrow \text{Cilka: } 80 + \frac{1}{2} \cdot 80 = 80 + 40 = 120 \text{ Kč}$$

④

V soutěži bylo možné získat 0 až 5 bodů.

Ve skutečnosti každý z 15 nejlepších soutěžících získal 5 bodů, nebo 4 body. Počet soutěžících, kteří získali 3 body, byl stejný jako počet soutěžících, kteří nezískali žádný bod.



- 1 Vypočtete průměrný výsledek dosažený v soutěži, kdyby se soutěže zúčastnilo pouze 25 soutěžících.
- 2 Vypočtete počet soutěžících, jestliže průměrný výsledek dosažený v soutěži byl ve skutečnosti 2 body.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

1. 25 soutěžících celkem
 5 soutěž. 5 bodů
 10 soutěž. 4 body
 (0 soutěž. 2 b, 4 b.)
 $\Rightarrow$ 3 b a 0 b stejný součet,
 tj. dohromady
 $25 - 15 = 10$ sout.
 - stejný $\Rightarrow$ 5 sout. 3 b, 5 sout. 0 b

aritmetický průměr
 $\bar{x} = \frac{\text{součet všech bodů všech soutěž.}}{\text{počet soutěžících}}$
 $\bar{x} = \frac{5 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 5 \cdot 0}{25}$
 $\bar{x} = \frac{25 + 40 + 15 + 0 + 0 + 0}{25} = \frac{80}{25} = \frac{16}{5}$
 $\bar{x} = 3,2$ bodů

2. $2 = \frac{5 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + x \cdot 3 + x \cdot 0}{5 + 10 + x + x}$ $x \dots$ počet soutěžících
 $2 = \frac{25 + 40 + 3x}{15 + 2x}$ $1 \cdot (15 + 2x)$ $3b, 0b -$ je jich stejně
 $2(15 + 2x) = 65 + 3x$ $4x = 35 + 3x \quad | -3x$
 $30 + 4x = 65 + 3x \quad | -30$ $x = 35$ soutěžících
 $y \dots$ počet soutěžících
 $y = 5 + 10 + x + x$
 $y = 5 + 10 + 35 + 35 = 85$

⑤

Výpočet ceny, kterou domácnosti zaplatí za vodu, se ve městech A a B liší.

Města	Platba (1x ročně) za užívání vodovodní přípojky	Platba za 1 m ³ spotřebované vody
A	0 Kč	72 Kč
B	990 Kč	61 Kč

Celkový počet m³ vody, kterou spotřebuje domácnost za rok, označte x.

- 1 V závislosti na veličině x vyjádřete cenu (v Kč), kterou zaplatí za vodu domácnost ve městě A za jeden rok.
- 2 V závislosti na veličině x vyjádřete cenu (v Kč), kterou zaplatí za vodu domácnost ve městě B za jeden rok.
- 3 Vypočtete, při jaké roční spotřebě vody (v m³) by zaplatila za vodu domácnost v městech A a B stejně.

1. $72 \cdot x$ Kč $x \dots$ počet m³ vody na rok
 2. $(990 + 61x)$ Kč $[(61x + 990) \text{ Kč}]$ $3. \quad 72x = 990 + 61x \quad | -61x$
 $11x = 990 \quad | :11$
 $x = 90 \text{ m}^3 \quad 990 : 11 = 90$

⑥

Škola má dvě deváté třídy (9. A a 9. B).

V 9. A je třikrát více chlapců než dívek a celkem je v této třídě 24 žáků.

Počet všech žáků 9. B je o třetinu větší než počet všech žáků 9. A.

V 9. B je poměr počtu dívek a počtu chlapců (v uvedeném pořadí) 3 : 5.

	Dívky	Chlapci	Celkem
9. A	6 ①	18 ②	24
9. B	12 ④	20 ⑤	32 ③
Celkem	(18)	(38)	(56)

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

A	N
☐	☐
☐	☐
☐	☐

- 1 V 9. A je poměr počtu dívek a počtu chlapců (v uvedeném pořadí) 1 : 2.
- 2 Celkový počet dívek z obou 9. tříd je stejný jako počet chlapců v 9. A.
- 3 V 9. B je počet dívek o 8 menší než počet chlapců.

1. ⑨.A) 3krát více chlapců než dívek
celkem 24 žáků - 2. poměr D:CH = x:3x
dívek... x
chlapců... 3x
- počty 24 rozdělím v poměru 1:3
dívek x = 6 ①
chlapci 3x = 3·6 = 18 ②

1:3
1 díl... 24:4 = 6
4 díly

NE není 1:2

⑨.B) počet žáků o 1/3 větší než počet žáků v ⑨.A
tj. $24 + \frac{1}{3} \cdot 24 = 24 + 8 = 32$ žáků v 9. B ③

- poměr D:CH = 3:5 => rozdělím 32 v poměru 3:5
8 dílů (1 díl... 32:8 = 4)

⑨.B) dívky 3 díly... 3·4 = 12 dívek ④
chlapci 5 dílů... 5·4 = 20 chlapců ⑤

2. ? celkový počet dívek z obou tříd je stejný jako počet chlapců v 9. A
18
18
ANO

3. ? v 9. B je dívek o 8 méně než chlapců
12 20
ANO

- ⑦ Do tabulky se zapisují počty telefonních hovorů tří dětí v prvním čtvrtletí kalendářního roku. Některé údaje chybí.

	Počet hovorů			
	Leden	Únor	Březen	Aritmetický průměr za měsíc
Aleš	12 ①	18 ②	12	14 ⑤
Běla	12 ①	12	18 ③	(14)
Cyril	12 ①	9	6 ④	9
Součet	36	(39)	(36)	

V lednu měly všechny tři děti stejný počet hovorů.

Aleš měl v březnu o třetinu hovorů méně než v únoru.

Běla měla v březnu o polovinu hovorů více než v únoru.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- 1 V prvním čtvrtletí byl aritmetický průměr počtu hovorů Aleše za měsíc menší než 14.
- 2 Běla měla za první čtvrtletí celkem 42 hovorů.
- 3 V březnu měl Cyril třikrát méně hovorů než Běla.

A	N
☐	☐
☐	☐
☐	☐

*V lednu všechny 3 děti stejný počet hovorů - celkem 36 hovorů $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ každý $36 : 3 = 12$ hovorů ①*

*Aleš v březnu o $\frac{1}{3}$ hovorů méně než v únoru
 - v březnu $BR = UN - \frac{1}{3}UN$*

$$12 = x - \frac{1}{3} \times 18$$

$$36 = 3x - x$$

$$2x = 36 : 2$$

$$x = 18$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{BR} \\ 12 \end{array} \right] \dots \left[\begin{array}{l} \text{UN} \\ 12 \end{array} \right] \quad x = 12 + 6 \quad (\text{ke i logický vztah})$$

Běla v březnu o $\frac{1}{2}$ hovorů více než v únoru

$$UN = 12 \quad \text{BR} = UN + \frac{1}{2}UN$$

$$BR = 12 + \frac{1}{2} \times 12 = 18 \text{ ③}$$

$$BR = UN + \frac{1}{2}UN = 12 + 6 = 18$$

Cyril - v březnu x $\Rightarrow$ aby arit. průměr 9

$$\frac{12 + 9 + x}{3} = 9$$

$$21 + x = 27$$

$$x = 6 \text{ ④}$$

1. Aleš - arit. průměr

$$\frac{12 + 18 + 12}{3} = \frac{42}{3} = 14 \text{ hovorů ⑤}$$

což není menší než 14 $\Rightarrow$ (NE)

2. Běla za 1. čtvrtletí

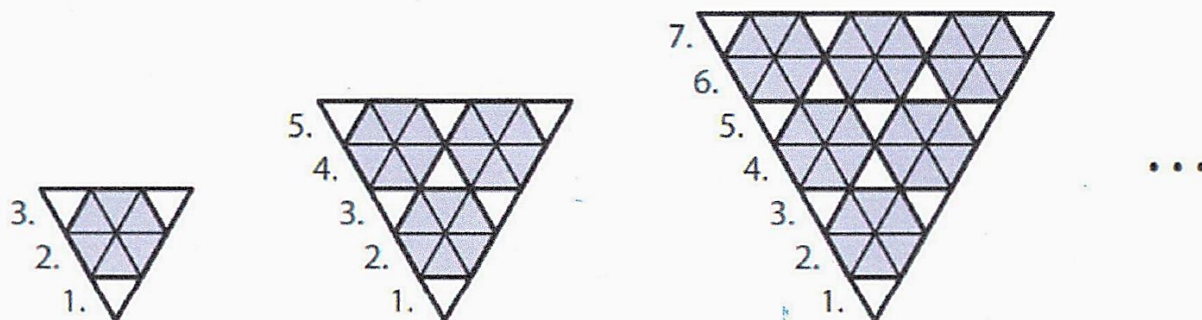
$$12 + 12 + 18 = 42 \text{ hovorů (ANO)}$$

3. Cyril v březnu (6) hovorů méně než Běla (18) (ANO)

⑧

Trojúhelníkové obrazce se podle vzoru sestavují z tmavých šestiúhelníků a bílých trojúhelníků. Šestiúhelník se skládá ze 6 shodných tmavých trojúhelníků.

Na obrázku jsou tři nejmenší trojúhelníkové obrazce. Jednotlivé řady obrazce jsou očíslovány vždy od nejkratší po nejdelší.



Obrazec má 19 řad.

Určete počet

- 1 bílých trojúhelníků v 9. řadě,
- 2 tmavých trojúhelníků v 16. řadě,
- 3 tmavých šestiúhelníků v celém obrazci.

1. ? bílé v 9. řadě

- v 1. ř. 1 5. ř. 3 → v 9. ř. 5 bílých
3. ř. 2 7. ř. 4

2. ? tmavé v 16. řadě

- v 2. ř. 3 6. ř. 9 10. ř. 15 14. ř. 21
4. ř. 6 8. ř. 12 12. ř. 18 16. ř. 24 tmavých

3. ve každé 19. řadě

- opakuje se po 2. řadě

1. ř. 0	6.-7. 3	12.-13. 6	18.-19. ř. 9
2.-3. ř. 1	8.-9. 4	14.-15. 7	celkem 45
4.-5. ř. 2	10.-11. 5	16.-17. 8	

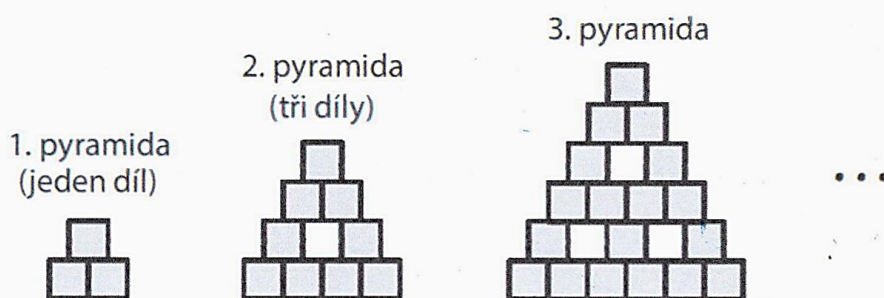
⑨

Každý díl stavebnice se skládá ze tří stejných krychliček. Všechny díly jsou stejné. Z dílů stavíme stále větší pyramidy jako na obrázku.

Nejmenší pyramidu tvoří jediný díl.

Druhá pyramida sestavená ze 3 dílů má 1 otvor, 4 řady a ve spodní řadě 4 krychličky.

Každá další pyramida bude o dvě řady vyšší než předchozí pyramida.



- 1 Pyramida má ve spodní řadě 50 krychliček. Určete počet otvorů ve druhé řadě zdola.
- 2 Pyramida má celkem 10 otvorů. Určete počet krychliček v celé pyramidě.
- 3 Pyramida je sestavena z 21 dílů. Určete počet krychliček ve spodní řadě.

1. - v spodní řadě 50 květiček, tj: $50 : 2 \text{ dílů} (\text{ } \begin{smallmatrix} \square \\ \square \end{smallmatrix}) = 25$
 - druhá řada nad ní má o 1 obrázek méně než je dílů v 1. řadě, tj: $(25-1) = 24 \text{ obrázků}$
2. obrázky $10 = 1 + 2 + 3 + 4$ (jeden v každé řadě)
- | | | | | | | |
|-------|---|-------------|--------------|--------|---|-------------|
| 1. ř. | 0 | 1 | | 7. ř. | 3 | $(7-3) = 4$ |
| 2. ř. | 0 | 2 | | 8. ř. | 0 | 8 |
| 3. ř. | 1 | $(3-1) = 2$ | } min. 3. ř. | 9. ř. | 4 | $(9-4) = 5$ |
| 4. ř. | 0 | 4 | | 10. ř. | 0 | 10 |
| 5. ř. | 2 | $(5-2) = 3$ | | | | |
| 6. ř. | 0 | 6 | | | | |
- $1 + 2 + 2 + 4 + 3 + 6 + 4 + 8 + 5 + 10 = 45$
3. 21 rozdělí na dlouhé pyramidy
 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$
 dle 6 dílů po 2 květičkách, tj: dle 12 květiček

10

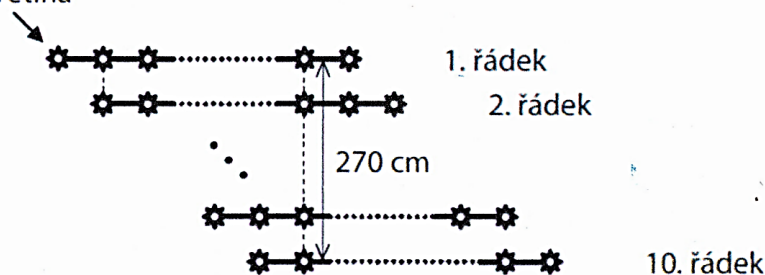
Na záhonu je v každém z 10 řádků stejný počet květin. První květina ve druhém a každém dalším řádku je vždy na úrovni druhé květiny předchozího řádku.

Rozestupy mezi sousedními květinami v řádcích i sloupcích jsou stejné.

Květiny v 1. a 10. řádku, které jsou ve stejném sloupci, mají vzdálenost 270 cm.

Předposlední květina v 1. řádku je ve stejném sloupci jako druhá květina v 10. řádku.

1. květina

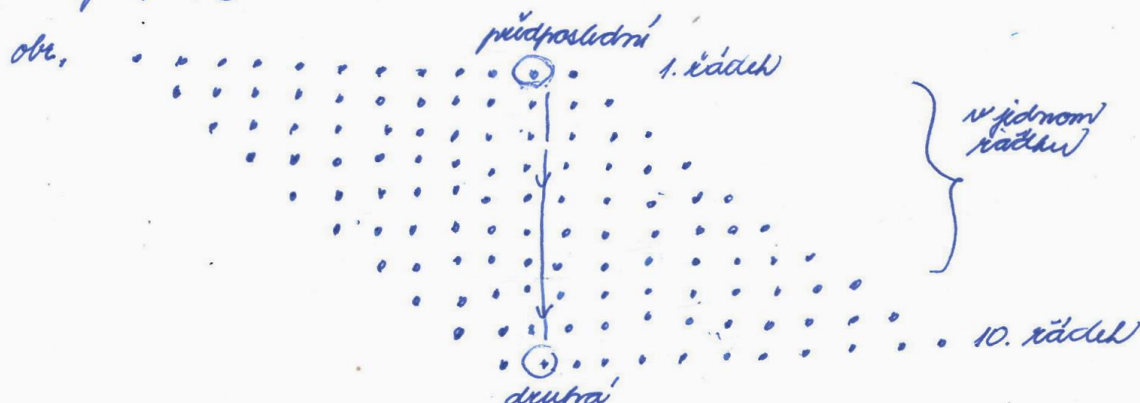


(Při výpočtech rozměry květin zanedbáváme.)

Vypočtete

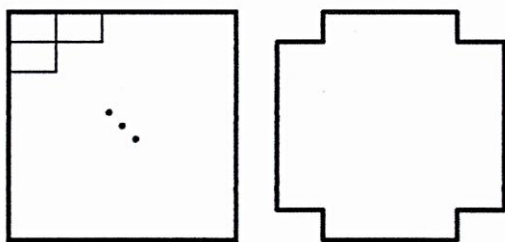
- 1 v cm rozestup mezi sousedními květinami,
- 2 počet květin vysázených v jednom řádku.

1. pod sebou ve sloupcích je 10 květin, mezi 10 květinami je 9 rozestupů (mírek), tedy rozestup je $270 : 9 = 30 \text{ cm}$
2. předposlední květina v 1. řádku je druhá květina v 10. řádku
 - v obě. je vidět, že v 1. řádku (tedy i na ostatních) je vždy 12 květin



11

Z celých dlaždic tvaru obdélníku o rozměrech 18 cm a 8 cm je sestaven **nejmenší** možný čtverec. Z každého ze čtyř rohů tohoto čtverce odebereme po jedné dlaždici a dostaneme nový útvar.

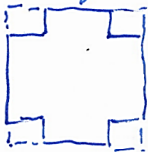


Vypočtěte

- 1 v cm délku strany sestaveného čtverce,
- 2 počet dlaždic v novém útvaru,
- 3 v cm obvod nového útvaru.

(Jedna strana čtverce je rovnoběžná s delšími stranami všech dlaždic.)

1. čtverec musí mít stejný rozměr, aby na délku i šířku se vešly celé dlaždice, tj. hledáme
nejmenší společný násobek 18 a 8
 $n(18, 8) = 72$
délka strany čtverce
je 72 cm

18, 36, 54 - ne, 72 - ano
zkusíme - nejmenší násobek 18, která dělí 8
počty (vzhled má pravidelný)
 $18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3$ } $n = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
 $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ } $n = 8 \cdot 9 = 72$
2. počet dlaždic v celém čtverci
 $72 : 8 = 9$ ks v sloupci } $9 \times 4 = 36$ ks, ale v novém
 $72 : 18 = 4$ ks v řadě } útvaru o 4 ks méně, tj. 32 ks
v novém útvaru
3. obvod v cm nového útvaru
rozměr čtverce 72 cm $= 70 = 4 \cdot 72 =$ 288 cm

obvod nového útvaru
je stejný jako čtverce
(když si představíme přemístění stran)

14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		